

BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2022
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES : SÉRIES A2 et B
GRILLE ET NORMES DE CORRECTION

N°	Éléments de réponses.	Capacité « Analyser » 1 CA= 1 point Le candidat ...	Capacité « Mathématiser » 1 CM=2 points Le candidat...	Capacité « Opérer » 1 CO=2 points Le candidat...	Totaux
Problème 1 (4pts)					
1-	Précisons u_0 u_n est le nombre de participants en l'an (2016 + n) où $n \in \mathbb{N}$. Donc ; u_0 est le nombre de participants en l'an (2016 +0) : c'est-à-dire en 2016. D'où $u_0 = 250$	identifie le nombre u_n comme le nombre de participants en l'an (2016 + n) et le nombre 250 1 point	traduit que u_0 est le nombre de participants en (2016 + 0) où $n \in \mathbb{N}$. 2 points	trouve $u_0 = 250$ 2 points	5 points
2-	Calculons u_1 puis u_2 A partir de l'an 2016, le nombre de participants d'une année à la suivante augmente de 8%. Il en résulte que : $u_1 = u_0 + \frac{8}{100} \times u_0$ $u_0 = 250$ donc $u_1 = 270$ Et $u_2 = u_1 + \frac{8}{100} \times u_1$ $u_1 = 270$ donc $u_2 = 291,6$ soit 292 participants	identifie * le nombre u_0 * le nombre u_1 * le taux d'augmentation 8% 3 points	écrit * $u_1 = u_0 + \frac{8}{100} \times u_0$ * $u_2 = u_1 + \frac{8}{100} \times u_1$ 4 points	trouve * $u_1 = 270$ * $u_2 = 291,6$ 4 points	11 points

3-a	Justifions que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 1,08u_n$ Comme u_n désigne le nombre de participants en l'an (2016 + n) alors u_{n+1} désigne le nombre de participants en l'an [2016 + ($n + 1$)]. De plus ; de l'an (2016 + n) à l'an [2016 + ($n + 1$)] le nombre de participants augmente de 8%. Il en résulte que : $u_{n+1} = u_n + \frac{8}{100} \times u_n$ $= \left(1 + \frac{8}{100}\right)u_n$ $= \frac{108}{100}u_n$ D'où ; $u_{n+1} = 1,08u_n$	identifie * le nombre u_n * le nombre u_{n+1}	écrit * $u_{n+1} = u_n + \frac{8}{100} \times u_n$ * $u_{n+1} = \frac{108}{100}u_n$	Trouve $u_{n+1} = 1,08u_n$ 2 points	8 points
3-b	Déduisons-en que (u_n) est une suite géométrique et précisons sa raison et son premier terme. D'après 3-a, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1,08u_n$. Le terme d'indice $n + 1$ s'écrit ainsi sous la forme $u_{n+1} = qu_n$ avec $q = 1,08$ On en déduit alors que : (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,08$ et de premier terme $u_0 = 250$	identifie * l'égalité $u_{n+1} = 1,08u_n$ 1 point	écrit au moyen d'un raisonnement inductif $u_{n+1} = qu_n$ avec $q = 1,08$ 2 points	Conclut. (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,08$ et de premier terme $u_0 = 250$ 2 points	5 points

4-i	Pour tout entier naturel n, exprimons u_n en fonction de n (u_n) étant une suite géométrique de raison $q = 1,08$ et de premier terme $u_0 = 250$ alors : $u_n = q^n u_0$ Soit, pour tout entier naturel n, $u_n = (1,08)^n \times 250$	Identifie * u_n comme le terme d'indice n de la suite géométrique (u_n) de raison q et de premier terme u_0 1 point	écrit $u_n = q^n u_0$ 2 points	trouve $u_n = (1,08)^n \times 250$ 2 points	5 points
4-l	Déterminons la valeur approchée, à l'unité près, du nombre de participants en 2025 au mini-marathon de Kouba On a ; 2025 = (2016 + 9). Donc le nombre de participants en l'an 2025 est u_9. Or ; $u_9 = (1,08)^9 250 \approx 499,7511$ Et sa valeur approchée à l'unité près est 500 D'où ; la valeur approchée, à l'unité près, du nombre de participants en 2025 au mini-marathon de Kouba est 500	Identifie * la formule explicite de u_n * l'an 2025 2 points	écrit * 2025 = (2016 + 9) 2 points	trouve * que le nombre de participants en l'an 2025 est u_9. * $u_9 = (1,08)^9 250 \approx 499,7511$ * la valeur approchée, à l'unité près, du nombre de participants en 2025 au mini-marathon de Kouba est 500 6 points	10 points
	Récapitulatif problème 1	10 CA	8 CM	9 CO	44 pts

Problème 2 (46 points)					
5	Déterminons l'ensemble de définition D de f $D = \{x \in \mathbb{R} / x - 1 \neq 0\}$ Réolvons l'équation $x - 1 = 0$ $x - 1 = 0$ équivaut à $x = 1$. Donc $x - 1 \neq 0$ équivaut à $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ D'où $D = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$.	Identifie la fonction f 1 points	pose $D = \{x \in \mathbb{R} / x - 1 \neq 0\}$ 2 points	trouve D 2 points	5 points
6-a	Justifions que pour tout élément x de D, $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$ Pour tout x élément de D, $x + 2 + \frac{1}{x-1} = \frac{(x+2)(x-1)+1}{x-1}$ $= \frac{x^2 - x + 2x - 2 + 1}{x-1}$ $= \frac{x^2 + x - 1}{x-1}$ Pour tout x élément de D, $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$	identifie la fonction f par son expression initiale et la nouvelle expression 1 point	Utilise une méthode appropriée pour démontrer l'égalité. 2 points	trouve $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$ 2 points	5 points
6-b	Calculons les limites de f aux bornes de D Pour tout $x \in D$ on a : $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x-1} = x + 2 + \frac{1}{x-1}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 2) = -\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x-1} = 0 \text{ donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2) = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-1} = 0 \text{ donc } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$	Identifie f par une de ses deux expressions. * les bornes de D	utilise * une méthode de calcul des limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$ * Utilise une méthode de calcul des limites de f à gauche et à droite en 1.	Trouve * $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ * $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ * $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$	17 points

	$\lim_{x \rightarrow 1^-} (x+2) = 3$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} = -\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x+2) = 3$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1} = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$	5 points	4 points	* $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ 8 points	
6-c	Calculons $f'(x)$ pour tout x élément de D La fonction f est dérivable en tout point de D comme une fonction rationnelle. Pour tout x, élément de D, on a : $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$	identifie * f par une de ses deux expressions 1 point	utilise * une formule appropriée de calcul de la dérivée de fonctions rationnelles ou de fonctions polynômes et les propriétés y afférentes 2 points	trouve $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$ 2 points 5 points	
6-d	Etudions le signe de $f'(x)$ Pour tout élément x de D, on a : $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$ et $(x-1)^2 > 0$ donc le signe de $f'(x)$ est celui de $x(x-2)$ Le signe de $x(x-2)$. Ainsi donc : $f'(x) = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = 2$ $f'(x) > 0$ équivaut à $x \in]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$ $f'(x) < 0$ équivaut à $x \in]0; 1[\cup]1; 2[$	identifie $f'(x)$ 1 point	* Utilise une méthode d'étude de signe d'une fonction rationnelle. 2 points	trouve le signe de $f'(x)$ sur D 4 points	7 points
6-e	Déduisons-en le sens de variation de f	identifie * le signe de $f'(x)$	utilise une propriété relative au sens de variation d'une fonction	trouve le sens de variation de f ainsi qu'il suit :	7 points

De l'étude du signe de $f'(x)$ de la question précédente, et de la continuité de f en tant que fonction rationnelle sur D , on déduit que :		1 point		dérivable pour trouver le sens de variation de f		* f est strictement croissante sur $] - \infty ; 0]$ et sur $[2 ; +\infty [$			
f est strictement croissante sur $] - \infty ; 0]$ et sur $[2 ; +\infty [$ f est strictement décroissante sur $[0 ; 1 [$ et sur $] 1 ; 2]$						* f est strictement décroissante sur $[0 ; 1 [$ et sur $] 1 ; 2]$			
Récapitulatif problème 2		10 Ca soit 10 points		7 CM soit 14 points		11 CO soit 27 points		46 points	
Récapitulatif problèmes 1 + 2		20 Ca pour 20pts		15 Cm pour 30pts		20 Co pour 40pts		90pts	
Total relatif aux critères minimaux (N)		20 Ca soit 20pts		15 Cm soit 30pts		20 Co soit 40pts		90 pts	
Note relative au critère de perfectionnement (P)		- Si $N < 40$ alors $P=0$ - Si $40 \leq N < 60$ alors $0 \leq P \leq 5$ - Si $N \geq 60$ alors $0 \leq P \leq 10$						10 pts	
TOTAL								100pts	

Recommandations

- D'ordre général

Lire attentivement la production de chaque candidat

- Pour chaque consigne, présenter la note obtenue par le candidat dans la marge comme suit : $C_a + C_m + C_o = T$
- Marquer sur la copie du candidat N+P pour obtenir la note sur 100 puis la note sur 20 arrondie à l'unité supérieure

Recommandations d'ordre spécifiques

Problème 1

Question 2

Accorder les points à tout candidat qui trouve $u_2 = 291,6$ ou $u_2 = 291$

Question 3-b

Accorder la totalité des points au candidat qui a établi l'égalité $u_{n+1} = 1,08u_n$ sans bien conclure