

BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2023
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES : SÉRIE C
GRILLE ET NORMES DE CORRECTION

N°	Éléments de réponse	Capacité « Analyser » 1 Ca → 0,5 pt Le candidat identifie :	Capacité « Mathématiser » 1 Cm → 0,5 pt Le candidat :	Capacité « Opérer » 1 Co → 0,5 pt Le candidat trouve :	Total
Problème 1					
1)	Justifions que la répartition est possible lorsque $p = 5$. Pour $p = 5$ le nombre de graines disponibles est 25. Or le chef de famille sème une seule graine ; donc il reste 24 graines à partager à part égale aux 24 jeunes, à raison d'une graine par jeune. Ainsi la répartition est possible si p prend la valeur 5.	$P = 5$. I le nombre p^2 de graines I 1 pt	exprime que $p^2 - 1$ est un multiple de 24 I 0,5 pt	la répartition est possible avec 1 graine par jeune II 1 pt	2,5 pts
2)a-	Démontrons que $p^2 - 1$ est divisible par 8. p est un nombre premier plus grand que 5 ; donc p est impair car le seul entier naturel premier et pair est 2. Ainsi, il existe un entier naturel k plus grand que 2 tel que $p = 2k + 1$, d'où $p^2 = 4k^2 + 4k + 1$ et $p^2 - 1 = 4k(k + 1)$. k et $k + 1$ étant deux entiers consécutifs, $k(k + 1)$ est un multiple de 2. Ainsi il existe un entier naturel non nul q tel que $p^2 - 1 = 8q$. On conclut que $p^2 - 1$ est divisible par 8.	p est un nombre premier plus grand que 5. I 0,5 pt	utilise : p est impair I utilise une méthode pour justifier que $p^2 - 1$ est divisible par 8. I 1 pt	$p^2 - 1$ est di- visible par 8. II 1 pt	2,5 pts
2)b-	Justifions que $p(p^2 - 1)$ est un multiple de 3. Pour tout entier naturel p , on a : $p \equiv 0[3]$ ou $p \equiv 1[3]$ ou $p \equiv 2[3]$ Si $p \equiv 0[3]$ alors $p^2 - 1 \equiv 2[3]$ d'où $p(p^2 - 1) \equiv 0[3]$ Si $p \equiv 1[3]$ alors $p^2 - 1 \equiv 0[3]$ d'où $p(p^2 - 1) \equiv 0[3]$ Si $p \equiv 2[3]$ alors $p^2 - 1 \equiv 3[3]$ d'où $p(p^2 - 1) \equiv 0[3]$ D'où $p(p^2 - 1)$ est un multiple de 3. Déduisons que $p^2 - 1$ est divisible par 3. On sait que 3 divise $p(p^2 - 1)$. p étant un nombre premier supérieur à 3, alors $\text{pgcd}(p; 3) = 1$; d'où p et 3 sont premiers entre eux. Par conséquent $p^2 - 1$ est divisible par 3.	$p(p^2 - 1)$ et 3. I 3 divise $p(p^2 - 1)$ I 1 pt	utilise une méthode pour montrer que $p(p^2 - 1)$ est un multiple de 3. I utilise la propriété si a et b divisent c et a et b sont premiers entre eux alors ab divise c . II 1,5 pts	$p(p^2 - 1)$ est un multiple de 3. I p et 3 sont premiers entre eux. I $p^2 - 1$ est divisible par 3. I 1,5 pts	4 pts

1

2)c-	Déduisons de a- et b- que $p^2 - 1$ est divisible par 24. 8 et 3 sont des diviseurs de $p^2 - 1$; or 8 et 3 sont premiers entre eux et $8 \times 3 = 24$. D'où $p^2 - 1$ est divisible par 24.	8 et 3 sont des diviseurs de $p^2 - 1$ I 0,5 pt	utilise la propriété si a et b divisent c et a et b sont premiers entre eux alors ab divise c . I 0,5 pt	$p^2 - 1$ est divisible par 24. II 1 pt	2 pts
2)d-	Précisons les nombres premiers p qui permettent la répartition des graines dans les récipients. p^2 est le nombre de graines à semer, où p est un nombre premier. Or le chef de famille sème une seule graine. Donc il reste $p^2 - 1$ graines à répartir dans les 24 récipients à part égale. D'après les consignes 1 et 2c), pour tout nombre premier p supérieur ou égal à 5, $p^2 - 1$ est divisible par 24. De plus, la répartition dans les récipients n'est pas possible lorsque p est un nombre premier inférieur à 5. Par conséquent, tout nombre premier p supérieur ou égal à 5 permet la répartition des graines dans les récipients.	p^2 est le nombre de graines à semer et p est un nombre premier. I 0,5 pt	utilise le résultat : $p^2 - 1$ est un multiple de 24. I 0,5 pt	tout nombre premier p supérieur ou égal à 5 permet la répartition des graines dans les récipients. II 1 pt	2 pts
3)	Déterminons le nombre de graines semées à l'occasion de la cérémonie. A l'occasion de la cérémonie le nombre de graines semées est p^2 , avec p est un nombre premier et $3500 \leq p^2 \leq 4000$. De la relation $3500 \leq p^2 \leq 4000$, il vient : $60 \leq p \leq 63$. 61 est le seul nombre premier compris entre 60 et 63. Donc $p = 61$. On a $61 > 5$ et $61^2 = 3721$. On conclut que 3721 graines ont été semées à l'occasion de la cérémonie.	$3500 \leq p^2 \leq 4000$. I 0,5 pt	utilise une propriété pour encadrer p I utilise une méthode de recherche de nombres premiers I 1 pt	$60 \leq p \leq 63$ I $p = 61$ II 3721 graines ont été semées. II 2,5 pts	4 pts
Récapitulatif problème 1		8 Ca (4 pts)	10 Cm, (5 pts)	16 Co (8 pts)	17 pts

Problème 2

4)	Justifions que f_0 est dérivable sur $\mathbb{R}$ et déterminons sa fonction dérivée f_0' . f_0 est la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f_0(x) = 2xe^{-x^2} + e^{-x}$. Les fonctions $x \mapsto -x^2$ et $x \mapsto -x$ étant des fonctions polynômes, elles sont dérivables sur $\mathbb{R}$. Les fonctions $x \mapsto e^{-x^2}$ et $x \mapsto e^{-x}$ sont alors dérivables sur $\mathbb{R}$. Puisque les fonctions $x \mapsto 2x$ et $x \mapsto e^{-x^2}$ sont dérivables sur $\mathbb{R}$, alors la fonction $x \mapsto 2xe^{-x^2}$ est aussi dérivable.	$f_0(x) = 2xe^{-x^2} + e^{-x}$ I	utilise les propriétés de dérivabilité : • de la somme et du produit de fonctions • des fonctions du type e^u II	f_0 est dérivable sur $\mathbb{R}$. II	
----	---	-------------------------------------	--	--	--

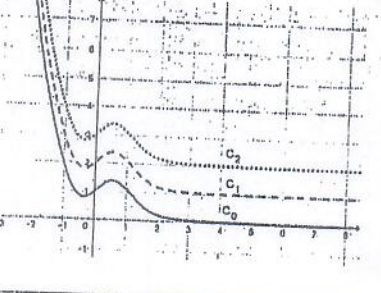
	sur $\mathbb{R}$; or la fonction $x \mapsto e^{-x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, f_0 est donc dérivable sur $\mathbb{R}$, comme somme de deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$. Soit $x \in \mathbb{R}$. $f'_0(x) = 2e^{-x^2} + 2x(-2x)e^{-x^2} + (-e^{-x})$. $f'_0(x) = 2e^{-x^2} - 4x^2e^{-x^2} + (-e^{-x})$. Donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'_0(x) = 2(1 - 2x^2)e^{-x^2} - e^{-x}$.	0,5 pt	utilise les formules de dérivation : - de la somme et du produit de fonctions - des fonctions du type e^u	$f'_0(x)$ II 2 pts	4,5 pts
5)	Justifions que pour tout élément x de $]-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}] \cup [\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty[$, $f'_0(x) < 0$. On sait que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'_0(x) = 2(1 - 2x^2)e^{-x^2} - e^{-x}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $2e^{-x^2} > 0$, $e^{-x^2} > 0$, $-e^{-x} < 0$. Par ailleurs on a, pour tout élément x de $]-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}] \cup [\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty[$, $(1 - 2x^2) \leq 0$; donc $2(1 - 2x^2)e^{-x^2} \leq 0$. Par conséquent, pour tout élément x de $]-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}] \cup [\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty[$, $f'_0(x) < 0$.	0,5 pt	I utilise une démarche appropriée pour étudier le signe de $f'_0(x)$ pour tout élément x de $]-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}] \cup [\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty[$. II 1 pt	pour tout élément x de $]-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}] \cup [\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty[$, $f'_0(x) < 0$. II 1 pt	2,5 pts
6)a)	Calculons $f'_0(-\frac{\sqrt{2}}{2})$, $f'_0(\frac{\sqrt{2}}{2})$ et $f'_0(0)$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'_0(x) = 2(1 - 2x^2)e^{-x^2} - e^{-x}$. On a : $f'_0(-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -e^{-\frac{1}{2}}$; $f'_0(\frac{\sqrt{2}}{2}) = -e^{-\frac{1}{2}}$ et $f'_0(0) = 1$.	0,5 pt	I	respectivement $-e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$, $-e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}}$ et 1. III 1,5 pts	2 pts
6)b)	Justifions que l'équation $f'_0(x) = 0$ admet au moins deux solutions dans $]-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}[$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'_0(x) = 2(1 - 2x^2)e^{-x^2} - e^{-x}$. Les fonctions $x \mapsto 2(1 - 2x^2)$, $x \mapsto -x^2$ et $x \mapsto -x$ étant des fonctions polynômes, elles sont continues sur $\mathbb{R}$. Par conséquent, f'_0 est continue sur $\mathbb{R}$, f'_0 est en particulier continue sur $]-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0]$ et sur $[0; \frac{\sqrt{2}}{2}[$. En application du théorème des valeurs intermédiaires, puisque :	0,5 pt	I $f'_0(-\frac{\sqrt{2}}{2})$; $f'_0(\frac{\sqrt{2}}{2})$ et $f'_0(0)$ I	utilise le théorème des valeurs intermédiaires II	l'équation $f'_0(x) = 0$ admet au moins une solution dans : $]-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0]$ I $[0; \frac{\sqrt{2}}{2}[$ I l'équation $f'_0(x) = 0$ admet au moins deux

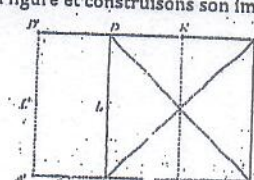
3

	$f'_0(-\frac{\sqrt{2}}{2})$ et $f'_0(0)$ sont de signes contraires, l'équation $f'_0(x) = 0$ admet au moins une solution dans $]-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0]$; $f'_0(0)$ et $f'_0(\frac{\sqrt{2}}{2})$ sont de signes contraires, l'équation $f'_0(x) = 0$ admet au moins une solution dans $[0; \frac{\sqrt{2}}{2}[$. En somme, l'équation $f'_0(x) = 0$ admet au moins deux solutions dans $]-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}[$.	1 pt	1 pt	solutions dans $]-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}[$ I 1,5 pts	3,5 pts
7)a)	Déterminons le signe de $f'_0(x)$ pour tout élément x de $\mathbb{R}$. D'après 6-b), l'équation $f'_0(x) = 0$ admet au moins deux solutions dans $]-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}[$. De plus, par hypothèse, l'équation $f'_0(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β. Alors l'équation $f'_0(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β dans $]-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}[$. On a $-0,34 < \alpha < -0,33$ et $0,55 < \beta < 0,56$. alors $-\frac{\sqrt{2}}{2} < \alpha < 0 < \beta < \frac{\sqrt{2}}{2}$. La fonction f'_0 est continue et ne s'annule sur aucun des intervalles $]-\frac{\sqrt{2}}{2}; \alpha[$, $]\alpha; \beta[$ et $]\beta; \frac{\sqrt{2}}{2}[$. Elle garde alors un signe constant sur chacun d'eux. De plus : $-\frac{\sqrt{2}}{2} \in]-\frac{\sqrt{2}}{2}; \alpha[$ et $f'_0(-\frac{\sqrt{2}}{2}) < 0$; $0 \in]\alpha; \beta[$ et $f'_0(0) > 0$; $\frac{\sqrt{2}}{2} \in]\beta; \frac{\sqrt{2}}{2}[$ et $f'_0(\frac{\sqrt{2}}{2}) < 0$. Alors $\begin{cases} \forall x \in]-\frac{\sqrt{2}}{2}; \alpha[, f'_0(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; \beta[, f'_0(x) > 0 \\ \forall x \in]\beta; \frac{\sqrt{2}}{2}[, f'_0(x) < 0 \end{cases}$ Par ailleurs, on sait que pour tout élément x de $]-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}] \cup [\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty[$, $f'_0(x) < 0$. En somme, $\begin{cases} \forall x \in (]-\infty; \alpha[\cup]\beta; +\infty[, f'_0(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; \beta[, f'_0(x) > 0 \\ f'_0(\alpha) = f'_0(\beta) = 0 \end{cases}$	* α et β I * les encadrements de α et β. I	utilise une démarche appropriée pour déterminer le signe de f'_0 sur chacun des intervalles $]-\frac{\sqrt{2}}{2}; \alpha[$, $]\alpha; \beta[$, $]\beta; \frac{\sqrt{2}}{2}[$. III	le signe de f'_0 sur chacun des intervalles $]-\frac{\sqrt{2}}{2}; \alpha[$, $]\alpha; \beta[$, $]\beta; \frac{\sqrt{2}}{2}[$. III le signe de $f'_0(x)$ pour tout élément x de $\mathbb{R}$. III	1 pt 1,5 pts 3 pts 5,5 pts

4

7)b) <u>Achevons l'étude des variations de f_0.</u> <u>Sens de variation de f_0</u> D'après 7)a), $\begin{cases} \forall x \in (-\infty; \alpha[\cup]\beta; +\infty[), f'_0(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; \beta[, f'_0(x) > 0 \end{cases}$ ou f est continue, alors : f_0 est strictement décroissante sur $]-\infty; \alpha[$ et sur $]\beta; +\infty[$; f_0 est strictement croissante sur $]\alpha; \beta[$; <u>Limites de f_0 aux bornes de son ensemble de définition</u> f_0 est la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f_0(x) = 2xe^{-x^2} + e^{-x}$. Son ensemble de définition est $\mathbb{R}$. Pour tout nombre réel non nul x, $f_0(x) = -\frac{2}{x^2}(-x^2)e^{-x^2} + e^{-x}$. On a : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{x^2} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} [(-x^2)e^{-x^2}] = \lim_{t \rightarrow -\infty} te^t = 0$, donc $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[-\frac{2}{x^2}(-x^2)e^{-x^2} \right] = 0$. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = \lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty$. Alors, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_0(x) = +\infty$. La même démarche conduit à $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_0(x) = 0$. <u>Tableau des variations de f_0.</u> <table border="1" data-bbox="277 602 663 750"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>α</td> <td>β</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'_0(x)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$f_0(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td>$f_0(\alpha)$</td> <td>$f_0(\beta)$</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	α	β	$+\infty$	$f'_0(x)$	-	0	+	0	$f_0(x)$	$+\infty$	$f_0(\alpha)$	$f_0(\beta)$	0	le signe de $f'_0(x)$ I les bornes de l'ensemble de définition de f_0 I	utilise une démarche appropriée pour déterminer le sens de variation de f_0 II utilise $\lim_{t \rightarrow -\infty} te^t = 0$ utilise $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty$ utilise $\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0$ III réalise un tableau de variation. I	le sens de variation de f_0 II $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_0(x) = +\infty$ I $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_0(x) = 0$ I Le tableau de variation de f_0 I	1 pt 3 pts 2,5 pts 6,5 pts
x	$-\infty$	α	β	$+\infty$															
$f'_0(x)$	-	0	+	0															
$f_0(x)$	$+\infty$	$f_0(\alpha)$	$f_0(\beta)$	0															
8) <u>Etudions les branches infinies de la courbe C_0.</u> Comme $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_0(x) = +\infty$, alors la droite d'équation $y = 0$ est asymptote à C_0 au voisinage de $-\infty$. On a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_0(x) = 0$. Calculons $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_0(x)}{x}$. Pour tout nombre réel non nul x, on a $\frac{f_0(x)}{x} = \frac{2xe^{-x^2} + e^{-x}}{x} = 2e^{-x^2} - \frac{e^{-x}}{x}$ On a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2} = \lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x}}{x} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{e^t}{-t} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{e^{-x}}{x} \right) = -\infty$	les limites de f_0 en $-\infty$ et en $+\infty$ I	utilise une démarche appropriée pour étudier chacune des branches infinies II utilise $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ I	l'asymptote à C_0 au voisinage de $-\infty$ I $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_0(x)}{x} = -\infty$ II la branche parabolique de C_0 au	6,5 pts															

	Alors, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f_0(x)}{x} = -\infty$. Par conséquent, C_0 admet au voisinage de $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées.			voisinage de $-\infty$ I	
9) a)	Justifions que C_m est l'image de C_0 par une transformation plane que nous précisons. Pour tout nombre réel x, $f_m(x) = 2xe^{-x^2} + e^{-x} + m$. Pour tout nombre réel x, $f_m(x) = f_0(x) + m$. Pour tout nombre réel x, $f_m(x) = f_0(x - 0) + m$. Alors C_m est l'image de C_0 par la translation de vecteur de coordonnées $(0; m)$.	0,5 pt $f_m(x)$ et $f_0(x)$ I	1,5 pts utilise une démarche appropriée pour justifier que C_m est l'image de C_0 par une translation. II	2 pts C_m est l'image de C_0 par la translation de vecteur de coordonnées $(0; m)$. II	4 pts 2,5 pts
9) b)	Représentons sur le même graphique C_0, C_1 et C_2. Comme $-0,34 < \alpha < -0,33$, on peut prendre : $\alpha \approx \frac{-0,34 - 0,33}{2}$. $\alpha \approx -0,335$. Ainsi, $f_0(\alpha) \approx 0,8$. Comme $0,55 < \beta < 0,56$, on peut prendre : $\beta \approx \frac{0,55 + 0,56}{2}$. $\beta \approx 0,555$. Ainsi, $f_0(\beta) \approx 1,39$. C_1 est l'image de C_0 par la translation de vecteur de coordonnées $(0; 1)$ et C_2 est l'image de C_0 par la translation de vecteur de coordonnées $(0; 2)$. 	0,5 pt les variations de f_0 I C_1 et C_2 I	1 pt *utilise un repère orthonormé I *utilise le tableau des variations de f_0 I *utilise les résultats de l'étude des branches infinies de C_0 I *utilise la procédure de construction de l'image d'une figure par une translation I	1 pt C_0, C_1 et C_2 III	
Récapitulatif problème 2		1 pt 13 Ca (6,5pts)	2 pts 26 Cm (13 pts)	1,5 pts 32 Co (16pts)	4,5 pts 35,5 pts

10)a-	Justifions que g est un antidéplacement g est une similitude plane indirecte et $\begin{cases} g(B) = K \\ g(K) = A \end{cases}$ K et I sont les milieux respectifs des côtés opposés $[CD]$ et $[AB]$ du carré $ABCD$, alors la droite (KI) est la médiatrice du segment $[AB]$; donc $KB = KA$. Ainsi, g est une similitude plane indirecte de rapport 1. D'où g est un antidéplacement.	le carré $ABCD$ I la nature de g I $\begin{cases} g(B) = K \\ g(K) = A \end{cases}$ I 1,5 pts	utilise une méthode pour démontrer que le rapport de g est 1. II utilise la propriété relative à une similitude plane indirecte de rapport 1. I 1,5 pts	$\frac{KA}{KB} = 1$ II g est un antidéplacement I 1,5 pts	4,5 pts
10)b-	Démontrons que g est une symétrie glissée g étant un antidéplacement, g est soit une symétrie glissée, soit une symétrie orthogonale. Supposons que g est une symétrie orthogonale. Alors $gog(B) = B$. Or $gog(B) = g(K) = A$. Donc $A = B$. Ce qui contredit le fait que $ABCD$ est un carré. Par conséquent g est une symétrie glissée. Éléments caractéristiques de g . Soit $\vec{w}$ le vecteur de g ; et (D) son axe. On a : $g = S_{(D)} \circ t_{\vec{w}} = t_{\vec{w}} \circ S_{(D)}$ $gog = t_{2\vec{w}}$ et $gog(B) = A$, donc $2\vec{w} = \vec{BA}$. Ainsi $\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{BA} = \vec{BI}$ $g(B) = K \Leftrightarrow S_{(D)} \circ t_{\vec{w}}(B) = K \Leftrightarrow S_{(D)}[t_{\vec{w}}(B)] = K \Leftrightarrow S_{(D)}(I) = K$ car $t_{\vec{w}}(B) = I$ Donc (D) est la médiatrice du segment $[IK]$. D'où $(D) = (LI)$ De tout ce qui précède, g est une symétrie glissée de vecteur $\vec{BI}$ et d'axe (LI) .	la nature de g I l'axe et le vecteur de g . I 1 pt	utilise une méthode pour démontrer que g est une symétrie glissée. I utilise $g = S_{(D)} \circ t_{\vec{w}} = t_{\vec{w}} \circ S_{(D)}$. II 1,5 pts	g une symétrie glissée I (LI) est l'axe de g . II $\vec{BI}$ est le vecteur de g II 2,5 pts	5 pts
10)c-	Reproduisons la figure et construisons son image par g .  $g = t_{\vec{BI}} \circ S_{(LI)}$	la figure I $g = t_{\vec{BI}} \circ S_{(LI)}$ I 1 pt	utilise $g = t_{\vec{BI}} \circ S_{(LI)}$ I 1,5 pts	la construction du carré $ABCD$ I la construction de l'image de $ABCD$ par g . II 2,5 pts	5 pts

	(LI) étant un axe de symétrie du carré $ABCD$, alors $S_{(LI)}$ transforme le carré $ABCD$ en lui-même. Ainsi l'image de $ABCD$ par g est l'image de $ABCD$ par la translation de vecteur $\vec{BI}$. D'où la construction de l'image $A'IKD'$.	1 pt	0,5 pt	1,5 pts	3 pts
11.a-	Déterminons l'expression analytique de S_{Δ} S_{Δ} est le demi-tour d'axe (Δ) : $-x+1 = y+1 = z-2$ $\vec{w}'(-1; 1; 1)$ est un vecteur directeur de (Δ) . Soit $M(x, y, z)$ et $M'(x', y', z')$ deux points de l'espace et H le milieu du segment $[MM']$. $M' = S_{\Delta}(M) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{MM'} \cdot \vec{w}' = 0 \\ H \in (\Delta) \end{cases}$ Une représentation paramétrique de (Δ) est : $\begin{cases} x = -t+1 \\ y = t-1 \\ z = t+2 \end{cases} t \in \mathbb{R}$ $H \in (\Delta) \Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R} \text{ tel que } \begin{cases} \frac{x'+x}{2} = -t+1 \\ \frac{y'+y}{2} = t-1 \\ \frac{z'+z}{2} = t+2 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x'+x}{2} = -t+1 \\ \frac{y'+y}{2} = t-1 \\ \frac{z'+z}{2} = t+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -2t+2-x \\ y' = 2t-2-y \\ z' = 2t+4-z \end{cases} \quad (1)$ $\vec{MM'} \cdot \vec{w}' = 0 \Leftrightarrow -(x'-x) + (y'-y) + (z'-z) = 0$ $\Leftrightarrow t = \frac{1}{3}(-x+y+z) \quad (2)$ De (1) et (2), on obtient l'expression analytique de S_{Δ} : $\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(-x-2y-2z+6) \\ y' = \frac{1}{3}(-2x-y+2z-6) \\ z' = \frac{1}{3}(-2x+2y-z+12) \end{cases}$	S_{Δ} est le demi-tour d'axe (Δ) : $-x+1 = y+1 = z-2$ II 1 pt	utilise l'équivalence $M' = S_{\Delta}(M)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{MM'} \cdot \vec{w}' = 0 \\ H \in (\Delta) \end{cases}$ II utilise une méthode pour déterminer un vecteur directeur de (Δ) . I 1,5 pts	$\vec{w}'(-1; 1; 1)$ I $t = \frac{1}{3}(-x+y+z)$ I L'expression analytique de S_{Δ} III 2,5 pts	5 pts

11)b-	Déterminons les coordonnées des points A_3, A'_1, A'_2 et A'_3. $A_3 = \text{bar}((0; 1); (A_1; -1); (A_2; 1))$ avec $\Omega(0; 0; 0)$, $A_1(0; 1; 2)$ et $A_2(0; -1; 2)$ Donc $A_3(\frac{1 \times 0 - 1 \times 0 + 1 \times 0}{1-1+1}, \frac{1 \times 0 - 1 \times 1 + 1 \times (-1)}{1-1+1}, \frac{1 \times 0 - 1 \times 2 + 1 \times 2}{1-1+1})$ $A_3(0; -2; 0)$. On a : $S_A: \begin{cases} x' = \frac{1}{3}(-x - 2y - 2z + 6) \\ y' = \frac{1}{3}(-2x - y + 2z - 6) \\ z' = \frac{1}{3}(-2x + 2y - z + 12) \end{cases}$ $A'_1 = S_A(A_1)$ et $A_1(0; 1; 2)$, donc $A'_1(0; -1; 4)$. $A'_2 = S_A(A_2)$ et $A_2(0; -1; 2)$, donc $A'_2(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{8}{3})$. $A'_3 = S_A(A_3)$ et $A_3(0; -2; 0)$, donc $A'_3(\frac{10}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{8}{3})$.	A_3 est barycentre des points pondérés $(\Omega; 1), (A_1; -1)$, et $(A_2; 1)$. L'expression analytique de S_A	utilise une méthode permettant de calculer les coordonnées d'un barycentre de points pondérés II utilise l'expression analytique de S_A I	$A_3(0; -2; 0)$ I $A'_1(0; -1; 4)$ I $A'_2(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{8}{3})$ I $A'_3(\frac{10}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{8}{3})$ I	1 pt	1,5 pts	2 pts	4,5 pts
12)a)	Démontrons que l'ensemble (γ) des points M du plan d'affixe z tels que $z + 2\sqrt{3} - i + \bar{z} - 2\sqrt{3} + i = 8$ est une ellipse dont nous préciserons l'excentricité. Soit M un point du plan d'affixe z. $M \in (\gamma) \Leftrightarrow z + 2\sqrt{3} - i + \bar{z} - 2\sqrt{3} + i = 8$ $\Leftrightarrow z + 2\sqrt{3} - i + \bar{z} - 2\sqrt{3} + i = 8$ $\Leftrightarrow z + 2\sqrt{3} - i + z - 2\sqrt{3} + i = 8$ $\Leftrightarrow MF + MF' = 8$, où F et F' sont les points d'affixes respectives $2\sqrt{3} + i$ et $-2\sqrt{3} + i$. $FF' = (2\sqrt{3} + i) - (-2\sqrt{3} + i) = 4\sqrt{3}$ et $4\sqrt{3} < 8$, alors $FF' < 8$. F et F' sont deux points distincts du plan, 8 est un nombre réel strictement positif et $FF' < 8$. Alors, l'ensemble des points M du plan tels que $MF + MF' = 8$ est l'ellipse de foyers F et F' et dont la longueur du grand axe est 8. Autrement dit, (γ) est l'ellipse de foyers F et F' et dont la longueur du grand axe est 8. Soit e l'excentricité de (γ), c sa demi-distance focale et a sa demi-longueur du grand axe. On a : $e = \frac{c}{a}$ avec $2c = FF'$ et $2a = 8$. Alors $e = \frac{2c}{2a} = \frac{FF'}{8}$. $c = \frac{\sqrt{3}}{2}$.	(γ) à travers $z + 2\sqrt{3} - i + \bar{z} - 2\sqrt{3} + i = 8$ I	utilise l'interprétation géométrique du module d'un nombre complexe I utilise $z = z$ I utilise la définition bifocale d'une ellipse. I	$MF + MF' = 8$ I $FF' = 4\sqrt{3}$ I $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ I (γ) est une ellipse d'excentricité $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ I				

9

	En conclusion, (γ) est l'ellipse de foyers les points $F(2\sqrt{3}; 1)$, $F'(-2\sqrt{3}; 1)$ [dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$] et d'excentricité $\frac{\sqrt{3}}{2}$.	0,5 pt	1,5 pts	2 pts	4 pts		
12)b)	Représentons la portion de (γ) qui représente l'arc. Soit b la demi-longueur du petit axe de (γ). $b^2 = a^2 - c^2 = 4^2 - (2\sqrt{3})^2$. On obtient $b^2 = 4$, donc $b = 2$. Le centre de (γ) est le milieu ω du segment $[FF']$, on a $\omega(0; 1)$ dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$. $\overline{FF'} = 4\sqrt{3}\vec{u}$ donc $\overline{FF'}$ est colinéaire à $\vec{u}$. Les sommets de (γ) dans le repère $(\omega; \vec{u}, \vec{v})$ sont $S_1(-4; 0)$, $S_2(4; 0)$, $S_3(0; -2)$ et $S_4(0; 2)$. Pour représenter la portion de (γ) qui correspond à l'arc, il nous suffira d'exécuter le programme de construction suivant : - Représenter le repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$. - Tracer la droite d'équation $y = 1$ dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$. Cette droite est l'axe focal de (γ). - Placer le point $\omega(0; 1)$ dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$. - Placer les points $S_1(-4; 0)$, $S_2(4; 0)$, $S_3(0; -2)$ et $S_4(0; 2)$ dans le repère $(\omega; \vec{u}, \vec{v})$. - Tracer la partie de l'ellipse située au-dessus de l'axe focal. On obtient la figure ci-après : 	l'ellipse (γ) et ses foyers I a et c I	trace le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ I utilise une démarche appropriée pour représenter la portion de (γ) qui correspond à l'arc. I	la représentation de la portion de (γ) qui représente l'arc. II			
13)	Calculons la probabilité pour le tireur n'atteigne la cible qu'au deuxième tir. Un tir est une épreuve de Bernoulli de probabilité de succès $\frac{1}{3}$. Donc la probabilité que le tireur n'atteigne la cible qu'au deuxième tir est : $p_2 = (1 - \frac{1}{3}) \times \frac{1}{3}$. Soit $p_2 = \frac{2}{9}$.	la probabilité $\frac{1}{3}$ qu'un tireur atteigne la cible lors d'un tir I	utilise une démarche appropriée pour calculer la probabilité pour le tireur n'atteigne la cible qu'au deuxième tir. II	la probabilité de l'échec lors d'un tir I la probabilité pour que le tireur n'atteigne la			

	La probabilité que le tireur n'atteigne la cible qu'au deuxième tir est $\frac{2}{9}$	0,5 pt	utilise la propriété $p(A) + p(\bar{A}) = 1$, pour tout événement A. I	cible qu'au deuxième tir. I 1 pt	3 pts
14)n)	Calculons la probabilité p_n pour que le tireur n'atteigne la cible qu'au n-ième tir. $p_n = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$ (n-1) facteurs $p_n = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$	les probabilités $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$. I 1 pt	utilise une démarche appropriée pour calculer p_n . II 1,5 pts 1 pt	$p_n = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ II 1 pt	3 pts
14)b)	Déterminons le nombre maximal de tirs à effectuer pour que p_n soit supérieur à 0,05. $p_n > 0,05 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} > 0,05$ $\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} > 0,15$ $\Leftrightarrow (n-1) \ln\left(\frac{2}{3}\right) > \ln(0,15)$ $\Leftrightarrow n-1 < \frac{\ln(0,15)}{\ln\left(\frac{2}{3}\right)}$, car $\ln\left(\frac{2}{3}\right) < 0$ $\Leftrightarrow n < \left(1 + \frac{\ln(0,15)}{\ln\left(\frac{2}{3}\right)}\right)$ $\left(1 + \frac{\ln(0,15)}{\ln\left(\frac{2}{3}\right)}\right) \approx 5,68$. Alors, le nombre maximal de tirs à effectuer pour que p_n soit supérieur à 0,05, est 5.	l'expression de p_n en fonction de n. I le nombre 0,05. I 1 pt	utilise une démarche appropriée pour déterminer n. I 0,5 pt	le nombre maximal est 5. II 1 pt	2,5 pts
Récapitulatif problème 3.		19 Ca (9,5 pts)	24 Cm (12 pts)	32 Co (16 pts)	37,5 pts
Total relatif aux critères minimaux		40 Ca (20 pts)	60 Cm (30 pts)	80 Co (40 pts)	90 pts
Note relative au critère de perfectionnement		Trois indicateurs à observer pour attribuer les points de CP : - Lisibilité de la copie - Propreté de la copie - L'originalité de la production. Soit N le total des notes sur 90 : • Si $N < 40$, alors CP = 0 • Si $40 \leq N < 60$, alors $0 \leq CP \leq 5$ (2 points pour un indicateur observé ; 4 points pour deux indicateurs observés ; 5 points pour les trois indicateurs observés.) 10 pts			10 pts

11

	Si $N \geq 60$, alors $0 \leq CP \leq 10$ (4 points pour un indicateur observé ; 7 points pour deux indicateurs observés ; 10 points pour les trois indicateurs observés).	
Total		100 pts

RECOMMANDATIONS

Recommandations d'ordre général :

Lire attentivement la production de chaque candidat.

Pour chaque consigne, présenter la note obtenue par candidat dans la marge comme suit : $ca + cm + co = t$ et encrer t .

Donner le total N relatif aux critères minimaux, la note P relative au critère de perfectionnement puis marquer la note T sur 100 du candidat sous la forme

$T = \frac{N+P}{100}$ et déduire la note sur 20, arrondie à l'unité supérieure.